

DE MOTU
CORPORUM

occurrentem loco in F . Invenietur autem punctum F per lem. XIX. Bifeca BF in G , & acta indefinita AG erit positio diametri ad quam BG & FG ordinatim applicantur. Hæc AG occurrat loco in H , & erit AH diameter five latus transversum, ad quod latus rectum erit ut BGq ad $AG \times GH$. Si AG nusquam occurrit loco, linea AH existente infinita, locus erit parabola,

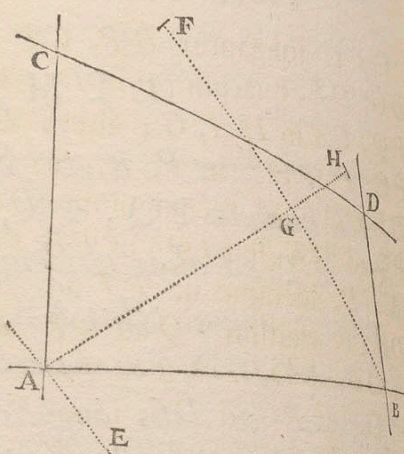
& latus rectum ejus ad diametrum AG pertinens erit $\frac{BGq}{AG}$. Sin ea alicubi occurrit, locus hyperbola erit, ubi puncta A & H sita sunt ad easdem partes ipsius G : & ellipsis, ubi G intermedium est, nisi forte angulus AGB rectus sit, & insuper BG quad. æquale rectangulo AGH , quo in casu circulus habebitur.

Atque ita problematis veterum de quatuor lineis ab *Euclide* incepti & ab *Apollonio* continuati non calculus, sed compositio geometrica, qualem veteres quærebant, in hoc corollario exhibetur.

L E M M A XX.

Si parallelogrammum quodvis $ASPQ$ angulis duobus oppositis A & P tangit sectionem quamvis conicam in punctis A & P ; & lateribus unius angulorum illorum infinite productis AQ , AS occurrit eidem sectioni conicæ in B & C ; a punctis autem occursum B & C ad quintum quodvis sectionis conicæ punctum D agantur rectæ duæ BD , CD occurrentes alteris duobus infinite productis parallelogrammi lateribus PS , PQ in T & R : erunt semper abscissæ laterum partes PR & PT ad invicem in data ratione. Et contra, si partes illæ abscissæ sunt ad invicem in data ratione, punctum D tanget sectionem conicam per puncta quatuor A , B , C , P transeuntem.

Cas.

LIBER
PRIMUS.

Cas. 1. Jungantur BP , CP & a puncto D agantur rectæ duæ DG , DE , quarum prior DG ipsi AB parallela sit & occurrat PB , PQ , CA in H , I , G ; altera DE parallela sit ipsi AC & occurrat PC , PS , AB in F , K , E : & erit (per lem. XVII.) rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$ in ratione data. Sed est PQ ad DE (seu IQ) ut PB ad HB , ideoque ut PT ad DH ; & vicissim PQ ad PT ut DE ad DH . Est & PR ad DF ut RC ad DC , ideoque ut $(IG$ vel) PS ad DG , & vicissim PR ad PS ut DF ad DG ; & conjunctis rationibus fit rectangulum $PQ \times PR$ ad rectangulum $PS \times PT$ ut rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$, atque ideo in data ratione. Sed dantur PQ & PS , & propterea ratio PR ad PT datur. Q. E. D.

Cas. 2. Quod si PR & PT ponantur in data ratione ad invicem, tum simili ratiocinio regrediendo, sequetur esse rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$ in ratione data, ideoque punctum D (per lem. XVIII.) contingere conicam sectionem transeuntem per puncta A , B , C , P . Q. E. D.

Corol. 1. Hinc si agatur BC secans PQ in r , & in PT capiatur Pt in ratione ad Pr quam habet PT ad PR : erit Bt tangens conicæ sectionis ad punctum B . Nam concipe punctum D coire cum puncto B , ita ut, chorda BD evanescente, BT tangens evadat; & CD ac BT coincident cum CB & Bt .

Corol. 2. Et vice versa si Bt sit tangens, & ad quodvis conicæ sectionis punctum D convenient BD , CD ; erit PR ad PT ut Pr ad Pt . Et contra, si sit PR ad PT ut Pr ad Pt : convenient, BD , CD ad conicæ sectionis punctum aliquod D .

Corol. 3. Conica sectio non secat conicam sectionem in punctis pluribus quam quatuor. Nam, si fieri potest, transeant duæ conicæ sectiones per quinque puncta A , B , C , P , O ; easque secet recta BD in punctis D , d , & ipsam PQ secet recta Cd in q . Ergo PR est ad

PT

